

Modelos no lineales.

1.- Estime, utilizando el método de desarrollo de Taylor, la expresión $y_t = e^{\beta x_t} + u_t$ para describir el PIB de la provincia de Granada en función al número de turistas que han pernoctado en la ciudad. Para ello, utiliza los datos obtenidos del Instituto Nacional de Estadística correspondientes al periodo 2000-2008. (Nota: considere 0.5 como valor inicial del parámetro)

Año	Nº de viajeros	Nº de pernoctaciones	PIB (miles de €)
2008	2256909	4762288	15542277
2007	2296822	4984854	15056089
2006	2365401	4970890	14053640
2005	2217084	4600074	12474477
2004	1921107	4094537	11643095
2003	1861476	3919355	10851307
2002	1852390	3865128	9992758
2001	1836275	3735367	9089474
2000	1743485	3471945	8401246

Solución:

Para realizar la estimación del modelo se recurrirá al software Excel. Por tanto, y teniendo en cuenta la expresión del algoritmo de Taylor, se realizarán los cálculos oportunos para tal fin.

Primera Iteración		Segunda Iteración		Tercera Iteración	
y*	z(B)	y*	z(B)	y*	z(B)
30.48248559	51.51495867	58.20659642	99.58439526	51.38936177	88.70279804
33.10040359	60.26979795	67.6591347	120.1533719	59.07204208	106.4469857
31.88857886	59.6828016	65.97685826	118.7534026	57.51219525	105.242419
25.44176302	45.88367505	48.98913934	86.72924294	43.24313697	77.55741851
19.75598249	31.71919906	33.67923644	55.90389696	30.36269474	50.60979102
17.66217459	27.81581098	29.19041539	47.84995398	26.46747558	43.50333895
16.43416183	26.69720289	27.29958263	45.58227652	24.73992686	41.49629357
14.70623542	24.18009015	24.12108992	40.54976283	21.91708297	37.03146688
12.57748038	19.7013558	19.56310355	31.8560847	17.94868101	29.27889965

El algoritmo de desarrollo en serie de Taylor viene dado por la expresión $y_t^* = z(\hat{\beta}) \cdot \hat{\beta}$, donde

$\hat{\beta}$ es el valor del parámetro estimado,

$$z(\hat{\beta}) = x_t e^{\hat{\beta} x_t},$$

$$y_t^* = y_t - e^{\beta x_t} + x_t e^{\hat{\beta} x_t} \hat{\beta}.$$

Cuarta Iteración		Quinta Iteración		Sexta Iteración	
y*	z(B)	y*	z(B)	y*	z(B)
34.2577301	58.85555394	30.3746781	51.29915359	30.06782855	50.68280662
37.73853566	69.28793981	32.96839276	60.00554353	32.59279661	59.2511103
36.46774848	68.58631569	31.75821915	59.42185232	31.38731189	58.67683733
28.68219825	52.18451525	25.34900447	45.69799438	25.0849152	45.16753687
21.7354418	35.56839053	19.69889321	31.60491981	19.5362162	31.27816179
19.3195935	31.03884484	17.614249	27.71987529	17.47764329	27.44548482
18.00169688	29.7454686	16.3887989	26.60639702	16.25948573	26.34665457
16.075759	26.84334187	14.66652655	24.10060238	14.55330599	23.873184
13.61073134	21.71074017	12.54740469	19.64115137	12.4616123	19.46882603

Realizando cada una de las iteraciones, y utilizando M.C.O., se estima el valor del parámetro. En este caso como el modelo depende únicamente de un parámetro también se puede recurrir a las expresiones descritas en el modelo lineal simple ($y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$, donde en este caso $\alpha = 0$ ya que el modelo carece de término independiente). A continuación en la tabla siguiente se muestran cada uno de los valores obtenidos para el parámetro β .

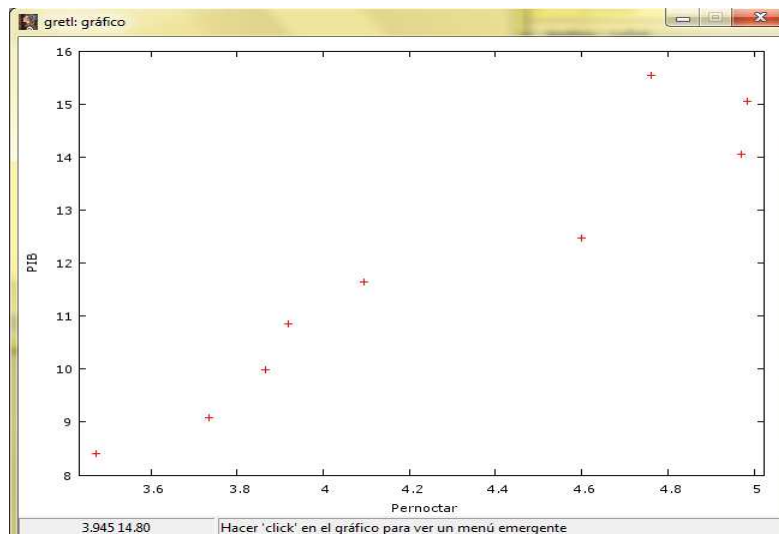
Iteración	Estimación	Diferencia entre los valores estimados del parámetro.
0	0.500000	0.500000
1	0.638407	0.138407
2	0.614109	-0.024298
3	0.527973	-0.086136
4	0.499118	-0.028854
5	0.496580	-0.002538
6	0.496574	-0.000007

Observando los datos recogidos en la tabla se tiene que al cabo de la sexta iteración se consigue la convergencia. Por tanto, el modelo estimado es $\hat{y}_t = e^{0.496574x_t}$.

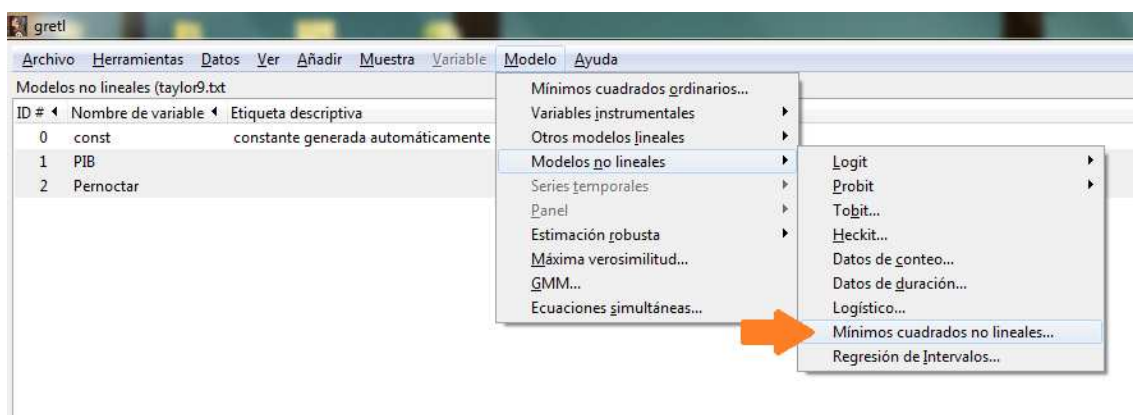
2.- Realice la estimación del modelo anterior utilizando Mínimos Cuadrados No Lineales. Para ello emplea el software Gretl.

Solución:

Si representamos gráficamente los datos correspondientes al ejercicio anterior, se observa que la relación existente entre la variable PIB y la variable Número de pernoctaciones es no lineal.

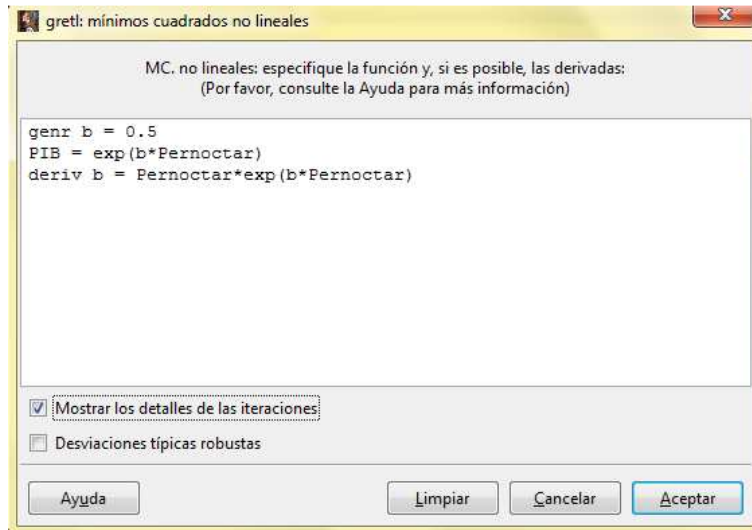


Para realizar la estimación recurriremos al Método de Mínimos Cuadrados No Lineales (MCNL), siguiendo los pasos que aparece en la siguiente figura.

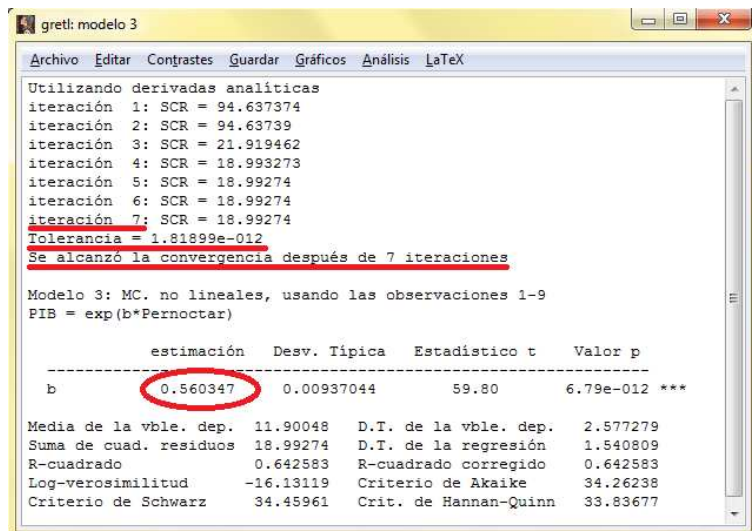


Una vez seleccionado el método, es necesario introducir el valor inicial del parámetro o parámetros con los que estemos trabajando, la expresión del modelo a estimar y cada una de las derivadas de la expresión con respecto a los parámetros. En este caso, como la expresión a estimar solamente depende de un único parámetro (b), se introduce su

valor inicial (genr b = 0.5), expresión del modelo (PIB = exp(b*Pernoctar)) y la derivada de la función con respecto al parámetro b (deriv b = Pernoctar*exp(b*Pernoctar)). Si se marca la opción Mostrar los detalles de las iteraciones, se podrá observar los resultados obtenidos en cada una de ellas.



Una vez introducidos los elementos necesarios seleccionamos aceptar y se obtiene la ventana correspondiente a los resultados. En ella observamos que ha sido necesario realizar 7 iteraciones para conseguir una tolerancia de 1.81899e-012.



El modelo estimado utilizando MCNL queda determinado por la expresión

$$\hat{y}_t = e^{0.560347x_t}$$